

Stelling: De wiskundige beschrijving van knopen is alleen mogelijk in 4D(imensionale)-ruimte-tijd.

Basis kennis van S(peciale)R(elativiteitstheorie) en A(lgemene)R(elativiteitstheorie) worden bekend verondersteld in de hier bewezen stelling:

Knopen zijn alléén mogelijk in Einstein's relativistische 4D-ruimte-tijd.

Hier is gebruik gemaakt van een kort overzicht van Einstein's relativiteitstheorieën beschreven in [1].

Algemeen aangenomen vereisten:

Elke willekeurige knoop kan wiskundig beschreven worden in 3D-ruimte. In 1D- en 2D-ruimtes zijn knopen niet mogelijk. Is een knoop wel mogelijk in ruimtes met méér dan 3D-ruimte?

Alle eigenschappen van een knoop zijn volledig te geven in 3D-ruimte, dus wat is het algemene effect van Extra ruimtelijke vrijheidsgraden $E = N - 3$?

In een relativistische beschrijving zijn ruimte en tijd afhankelijk en worden samen beschreven met 4-vectoren:

$$x^\mu = (ct, x, y, z) \quad (1)$$

Vier-vector (1) is gegeven in zgn. Einstein notatie met Griekse indices. Vergelijking (1) geeft een zgn. contra-variante vector. In SR geven alleen tijd en ruimte tezamen een beschreven situatie volledig. Tijd en ruimte zijn orthogonale componenten van een 4-vector. Deze afhankelijkheid van tijd en ruimte komt naar voren in de manier waarop 4-vectoren gegeven worden.

In SR zijn 4-vectoren ofwel contra-variant (1), ofwel co-variant:

$$x_\mu = (ct, -x, -y, -z) \quad (2)$$

Elke co-variante 4-vector is te transformeren in een contra-variante 4-vector m.b.v. de zgn. fundamentele tensor $g_{\mu\nu}$. Zie [1] vergelijking (3.7), voor gebruikte conventies.

De enige manier om deze SR eigenschap symmetrisch te beschrijven met de co- en contra-variante vectoren is door ruimte in het complexe vlak te beschrijven. Ofwel door verwijderen van de mintekens en vermenigvuldiging van ruimte-componenten met $i = \sqrt{-1}$.

Symmetrische co- en contra-variante 4-vectors van (1) en (2) zijn bijv. te geven als: $x_\sigma = x^\sigma = (ct, ix, iy, iz)$ (3)

Hier wordt een symmetrische index $\sigma = (0, 1, 2, 3)$ gebruikt om ruimte-tijd componenten te geven zoals in (3). In dit geval is er geen verschil meer tussen hoge en lage indices, echter ruimte-tijd moet nu beschreven worden in het complexe vlak i.p.v. reële ruimte-tijd om ruimte-tijd locaties symmetrisch aan te geven. Dit komt door ofwel positieve dan wel negatieve tekens voor de gekwadraterde coördinaten. In SR uit deze eigenschap zich bijv. door alléén samen voorkomen van tijd dilatatie en Lorentz-contractie.

Deze eigenschap van relativistische ruimte-tijd bewijst dat ruimte(complex) en tijd(reëel) orthogonaal zijn in een symmetrische beschrijving. Alle andere beschrijvingen volgen uit deze symmetrische beschrijving via unitaire transformaties. Ofwel, orthogonaliteit van ruimte en tijd blijft geldig.

In het vervolg van deze analyse zullen ruimte-tijd 4-vectoren worden gebruikt volgens de Minkowski conventie, ofwel complexe ruimte-tijd coördinaten worden niet gebruikt!

Elke correcte analyse kan alléén relativistisch zijn!

Als eerste aanname wordt verondersteld dat ruimte $N \in \mathbb{N}$ vrijheidsgraden heeft. Naast de N orthogonale ruimtelijke coördinaten heeft een relativistische beschrijving altijd ook een (orthogonale) tijd coördinaat die als de nulde component gegeven wordt. In (1) en (2) is tijd vermenigvuldigd met de lichtsnelheid c zodat alle ruimte-tijd coördinaten met dezelfde eenheid beschreven worden. De gebruikte tijd t in (1) and (2) zal in alle geanalyseerde beschrijvingen de tijd gemeten door een observator met een klok gefixeerd op een inerte positie, ofwel de klok zal altijd een constante snelheid hebben. Een massaloos deeltje (graviton, foton) beweegt altijd met de maximale (licht) snelheid c t.o.v. elke observator. Na vermenigvuldiging van de gemeten tijd met de lichtsnelheid c hebben alle coördinaten als eenheid lengte.

Ofwel knopen zullen geanalyseerd worden in ruimte-tijd gegeven door:

$$x^n \equiv (ct, x, y, z, x^1, \dots, x^E) \equiv (x^\mu, x^m) \quad (4)$$

Met: $n \in \{0, \dots, N\}$, de geanalyseerde N -dimensionale ruimte met tijd gegeven als de nulde component van de $(N+1)$ dimensionale ruimte-tijd.

$m \in \{1, \dots, E\}$, met E de extra ruimtelijke vrijheidsgraden.

In de relativistische uitdrukking van ruimte met $N \geq 3$ ruimtelijke vrijheidsgraden gegeven in (4) is Minkowski notatie (1) van SR 4D-ruimte-tijd gebruikt.

Elke wiskundige beschrijving heeft ruimte-tijd te beschrijven met (4) met ruimtelijke vrijheidsgraden $N \geq 3$. Elke beschrijving van hoe onze wereld werkt moet relativistisch zijn, ofwel altijd voldoen aan AR en voldoen aan SR op infinitesimale afstanden.

Symmetrieën impliceren bewegingsconstanten. Bijv. in Einstein's relativistische 4D-ruimtetijd, impliceert translatie symmetrie het optreden van een constante energie-impuls 4-vector $p^\mu = (E/c, \mathbf{p})$ en rotatie symmetrie impliceert een constant behouden ruimtelijk totaal impulsmoment.

Meestal worden deze symmetrieën opgelost met Euler-Lagrange D(iifferentiaal)V(ergelijkingen), welke bewegingsvergelijkingen geven als de zgn. Lagrange dichtheid \mathcal{L} bekend is.

De translatie en rotatie symmetrieën zijn niet-discrete groep symmetrieën. Dergelijke transformaties kunnen geanalyseerd worden op infinitesimaal niveau.

Een infinitesimale transformatie via een infinitesimale translatie δx_μ en infinitesimale rotatie gegeven met een anti-symmetrische rotatie tensor $\varepsilon_{\mu\nu}$ is te geven als ([2], vergelijking (2.46)):

$$x'_\mu \rightarrow x'_\mu = x_\mu + \varepsilon_{\mu\nu} x^\nu + \delta x_\mu \quad (5)$$

Elke willekeurige natuurkundige beschrijving en zeker alle QM beschrijvingen, gebruiken velden $\{\varphi_r(x)\}$, met een bepaald vector karakter, gegeven door de index r en afhankelijk van ruimte-tijd x zoals gegeven met (4). In alle gebruikte (QM) beschrijvingen wordt ruimte 3D, ofwel met $N = 3$ beschreven, in deze korte uitleg wordt bewezen dat $N > 3$ onmogelijk is. Klassiek worden bewegingsvergelijkingen gegeven door de Euler-Lagrange vergelijkingen:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi_r} - \frac{\partial}{\partial x^\mu} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi_{r,\mu}} \right) = 0, \quad \forall r \quad (6)$$

Transformatie (5) resulteert in een transformatie van de gebruikte velden φ_r te geven door:

$$\varphi_r(x) \rightarrow \varphi'_r(x') = \varphi_r(x) + \frac{1}{2} \varepsilon_{\mu\nu} S^{\mu\nu}_{rs} \varphi_s(x) \quad (7)$$

Ruimtetijd variabelen x en x' specificeren hetzelfde punt in ruimtetijd beschreven middels 2 verschillende coördinaten stelsels met velden φ_r and φ'_r t.o.v. deze twee coördinaten stelsels.

$S^{\mu\nu}_{rs}$ is anti-symmetrisch in $\mu\nu$ net zoals de infinitesimale rotatie $\varepsilon_{\mu\nu}$ en wordt bepaald door de transformatie eigenschappen van de velden $\{\varphi_r(x) | r\}$.

Invariantie onder (5) en (7) impliceert: $\mathcal{L}(\varphi_r(x), \varphi_{r,\mu}(x)) = \mathcal{L}(\varphi'_r(x'), \varphi'_{r,\mu}(x'))$ (8)

Behoudswetten worden gevonden door de rechter uitdrukking van (8) uit te drukken met de originele coördinaten en velden via (5) en (7).

Infinitesimale transformatie (7) bevat zowel variaties van argumenten en van functies.

De meest logische verandering van een functie $\varphi_r(x)$ verandert niet gelijktijdig ook de argumenten, hierom wordt een infinitesimale verandering van een functie nu gedefinieerd volgens:

$$\delta \varphi_r(x) \equiv \varphi'_r(x) - \varphi_r(x) \quad (9)$$

De gebruikte verandering in (7) is nu te geven als:

$$\varphi'_r(x') - \varphi_r(x) = (\varphi'_r(x') - \varphi_r(x')) + (\varphi_r(x') - \varphi_r(x)) = \delta \varphi_r(x') + \frac{\partial \varphi_r}{\partial x_\mu} \delta x_\mu \quad (10)$$

Dit geeft voor de invariantie van de Lagrange dichtheid:

$$0 = \mathcal{L}(\varphi'_r(x'), \varphi'_{r,\mu}(x')) - \mathcal{L}(\varphi_r(x), \varphi_{r,\mu}(x)) = \delta \mathcal{L} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x^\mu} \delta x^\mu \quad (11)$$

Met (6) geeft dit voor de infinitesimale variatie van de Lagrange dichtheid:

$$\delta\mathcal{L} = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\varphi_r} \delta\varphi_r + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\varphi_{r,\mu}} \delta\varphi_{r,\mu} = - \left(\frac{\partial}{\partial x^\mu} \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\varphi_r} \right) \delta\varphi_r = - \left(\frac{\partial}{\partial x^\mu} [\varphi'_r(x') - \varphi_r(x) - \delta x_\nu] \right) \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\varphi_{r,\mu}} \delta\varphi_{r,\mu} \quad (12)$$

Combineren van (11) en (12) levert de volgende continuïteitsvergelijking op:

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\varphi_{r,\mu}} (\varphi'_r(x') - \varphi_r(x)) \right) - \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\varphi_r} - g^{\mu\nu} \mathcal{L} \delta x_\nu \right) = 0 \quad (13)$$

Of met variatie (7):

$$\frac{1}{2} \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\varphi_{r,\mu}} \varepsilon_{\alpha\beta} S^{\alpha\beta}{}_{rs} \varphi_s(x) - \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\varphi_{r,\mu}} \frac{\partial\varphi_r}{\partial x_\nu} - g^{\mu\nu} \mathcal{L} \delta x_\nu \right) = \text{constant} \quad (14)$$

Uit (14) volgen alle constanten van de AR en SR Poincaré-symmetrie groep in de 4D-Minkowski ruimte als volgt:

Translaties:

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\varphi_{r,\mu}} \frac{\partial\varphi_r}{\partial x_\nu} - g^{\mu\nu} \mathcal{L} \equiv T^{\mu\nu} = \text{constant}, \text{ met } T^{\mu\nu} \text{ de energie-impuls tensor.} \quad (15)$$

Door gebruik te maken van het zgn. geconjugeerde veld $\pi_r(x)$ bij $\varphi_r(x)$: $\pi_r(x) = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\varphi'_r}$ (16)

Hierbij geeft het geaccentueerde veld de tijd-afgeleide van het veld.

Is de totale energie dichtheid, ofwel Hamilton dichtheid $H(x)$ te geven met:

$$H(x) = \pi_r(x) \varphi'_r(x) - \mathcal{L}(\varphi_r(x), \varphi_{r,\mu}(x)) \quad (17)$$

De behouden energie-impuls 4-vector volgt nu door het nemen van de ruimte-integraal van de tijd-gerelateerde vector $T^{0\nu}$ van de energie-impuls tensor (15). Als er géén materie door het omringende oppervlak stroomt, zijn de totale energie en impuls in deze ruimte behouden grootheden.

De behouden energie-impuls 4-vector volgt nu door het nemen van de ruimte integraal van $T^{\mu 0}$, zodanig dat géén stroming plaats vindt door het omringende oppervlak

$$P^\mu = \int d^3x \left\{ \frac{\partial\varphi_r}{\partial x_\mu} \left[\pi_r(x) - \mathcal{L}(\varphi_r(x), \varphi_{r,\mu}(x)) g^{\mu 0} \right] \right\} \quad (18)$$

Rotaties:

Vergelijkingen (5), (7) and (11) geven de volgende continuïteitsvergelijkingen:

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\varphi_{r,\mu}} S^{\nu\sigma}{}_{rs} \varphi_s(x) + [x^\nu T^{\mu\sigma} - x^\sigma T^{\mu\nu}] \right) = 0 \quad (19)$$

Kies weer een volume zodanig dat géén impulsmoment het omsluitende oppervlak passeert, de hierdoor resulterende tijd afgeleide van (19) is een constante en geeft de totale anti-symmetrische impulsmoment operator:

$$M^{\mu\nu} = \int d^3x \left\{ c \pi_r(x) S^{\mu\nu}{}_{rs} \varphi_s(x) + [x^\mu T^{\nu 0} - x^\nu T^{\mu 0}] \right\} \quad (20)$$

De bijdrage tussen rechte haken [] representeert het baan-impulsmoment en de term gegeven door $S^{\mu\nu}{}_{rs}$ representeert het intrinsieke impulsmoment, ofwel spin.

Correct gebruik van de Euler-Lagrange bewegingsvergelijkingen

De vaak gebruikte Euler-Lagrange beschrijving (6) is oorspronkelijk een beschrijving waarin alle beschreven objecten (deeltjes, biljartballen, etc.) gegeven worden door een punt in 4D-ruimte-tijd, zoals gegeven met (4). Elk elementair deeltje heeft altijd zowel deeltje als golf eigenschappen. In [3] leg ik uit waarom alle elementaire deeltjes beschreven moeten worden als uitgebreide deeltjes in het 2D-vlak loodrecht op de waargenomen bewegingsrichting gegeven door de SR wereldlijn. Een exacte beschrijving is altijd een punt-beschrijving! De gemiddelde positie van het harmonisch oscillerende punt (die de exacte positie van het punt-deeltje geeft) ligt altijd op de SR wereldlijn. Dit is de positie van de deeltjes in de Euler-Lagrange bewegingsvergelijkingen. Echter, in feite zal het punt-deeltje altijd harmonisch oscilleren in het 2D-vlak loodrecht op de wereldlijn en nooit zelf op de gemiddelde positie gegeven door de SR wereldlijn zijn.

Het feit dat alle elementaire deeltjes oscilleren in dit 2D-vlak loodrecht op de waargenomen bewegingsrichting is een wiskundige consequentie van Einstein's $S(\text{amenhangende})A(\text{cties})P(\text{rinciple})$ ([1], hoofdstuk 30).

De uit de Euler-Lagrange beschrijving naar voren komende spin in (20) is aanwezig door het via SAP vereiste uitgebreide karakter van alle elementaire deeltjes

Consequenties van ruimtelijke vrijheidsgraden $N > 3$

Voor vrijwel iedereen is het duidelijk, dat met orthogonaliteit van ruimtelijke vrijheidsgraden bedoeld wordt dat de coördinaten-assen loodrecht op elkaar staan, ofwel hoeken van $\frac{1}{2}\pi$ radialen, nog duidelijker 90 graden, maken. Ik denk dat de meeste mensen zich 3D-ruimte voorstellen gegeven met een assenstelsel met 3 zgn. orthogonale assen, zodra het woord orthogonaal gepresenteerd wordt in het brein!?! Dit beeld laat maximaal 3 onafhankelijke ruimtelijke vrijheidsgraden toe.

In snaren theorieën is het aantal dimensies waarin alles beschreven wordt altijd groter dan drie $N > 3$.

Eén dimensionale snaren theorie heeft $N=4$, ofwel 5D-ruimtetijd.

In SuperString (2D-snaren theorie) is $N = 9$ en in de zgn. mysterieuze M-theorie (gebruikt om aan te tonen dat de 5 verschillende 2D-snaren theorieën via symmetrie transformaties hetzelfde beschrijven) is $N = 10$, ofwel 10 ruimtelijke vrijheidsgraden die samen met tijd hier een 11D-ruimtetijd beschrijven.

Hierbij moet men altijd bedenken dat tijd vermenigvuldigd met de lichtsnelheid ook beschreven wordt met dezelfde grootte lengte!

In 4D ruimtetijd is de volledige continue symmetrie-groep de Poincaré-groep. In $N > 3$ ruimte gegeven door $(N + 1)D > 4D$ ruimte-tijd, moet de Poincaré-groep herschreven worden in deze $(N+1)$ dimensionale ruimte-tijd.

Alle translatie symmetrieën laten het door ons ervaren 4D ruimte-tijd universum onafhankelijk in elkaar grijpen los van de E(xtra) vrijheidsgraden gegeven met (4). Dit geldt echter niet voor de rotatie symmetrieën, hier mengen de merkbare 4D ruimte-tijd met de E-dimensionale altijd-onzichtbare ruimte.

Na een willekeurige rotatie moet de beschrijving nog steeds de bekende wereld beschrijven. Indien men nu zo roteert dat een zichtbare as geroteerd wordt buiten de 3D-zichtbare wereld en door dit te doen komt er een onzichtbare (grootte is nul, maar in SuperString gelijk aan de Planck-lengte) vrijheidsgraad terug, dan houdt men een 2D-ruimte over waarin géén knopen gelegd kunnen worden. Ofwel, de optredende dimensionaliteit van de waargenomen wereld is géén constante meer in ruimtes met $N > 3$ vrijheidsgraden. Dit is strijdig met alle mogelijke experimenten waarmee dit getoetst kan worden! .

Via analyse van de Ricci-stroming in 3D-ruimte heeft Grisha Perelman in 2003 aangetoond dat knopen alléén te leggen zijn in 3D-ruimtes. Dit bewijs staat in de vorm van vele bewezen stellingen in [4], [5] en [6].

Een korte samenvatting van dit werk staat in [7].

Hierom zijn knopen alléén te maken in 3D-ruimte, ofwel Einstein's 4D-ruimte-tijd.

. . . . Q.E.D.

Gebruikt werk:

- [1] General Theory of Relativity, P.A.M. Dirac, *PRINCETON LANDMARKS IN PHYSICS*, ISBN 0-691-001146-X
- [2] Quantum Field Theory, F. Mandl & G. Shaw ISBN 0 471 90650 6
- [3] Curvature and QM, Ir. M.T. de Hoop, <http://quantumuniverse.eu/TomResultaten.htm>
N.B. Alle werken van [3] t/m [7] zijn via deze site in te zien.
- [4] The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications, art. 0211159
- [5] Ricci flow with surgery on three-manifolds, art. 0303109
- [6] Finite extinction time for the solutions to the Ricci flow on certain three-manifolds, art. 0307245
- [7] Geometrization of 3-Manifolds via the Ricci Flow, Michael T. Anderson